

# El Índice de Revalorización de las Pensiones (IRP): Propuestas de solución del problema de circularidad

## Resumen

*Uno de los objetivos de la reforma de 2013 del Sistema de Pensiones es contar con un sistema de indexación que tenga presente tanto el cambio en el coste de vida como el equilibrio de largo plazo del sistema de la Seguridad Social. Este trabajo analiza la fórmula empleada en el cálculo del Índice de Revalorización de las Pensiones (IRP), y en particular su problema de identificación, también denominado problema de circularidad. Debido a que actualmente no hay publicaciones al respecto, se proponen dos métodos distintos para resolver la circularidad de la fórmula. Las simulaciones realizadas por ambos métodos, bajo los mismos supuestos sobre ingresos y número de pensiones, arrojan resultados muy similares. Sin embargo, determinadas situaciones, como la existencia de desequilibrios entre el nivel de ingresos y gastos o la no aplicación del suelo y techo legal, pueden contribuir a incrementar la discrepancia en los resultados obtenidos por uno y otro método.*

Escrito por Ignacio Moral-Arce y Federico Geli.

Revisado por Gabriel Pérez Quirós y Daniel Santabábara

Aprobado por José Marín

**Palabras Clave:** Seguridad Social, Revalorización pensiones, Ecuaciones no lineales, Cálculo numérico,

## JEL:

Un agradecimiento especial a Miguel Angel García por sus comentarios y sugerencias.

La Autoridad Independiente de Responsabilidad Fiscal (AIReF) nace con la misión de velar por el estricto cumplimiento de los principios de estabilidad presupuestaria y sostenibilidad financiera recogidos en el artículo 135 de la Constitución Española.

**Contacto AIReF:** C/José Abascal, 2, 2º planta. 28003 Madrid. Tel. +34 910 100 742

Email: [Info@airef.es](mailto:Info@airef.es). Web: [www.airef.es](http://www.airef.es)

Este documento no refleja necesariamente la posición de la AIReF sobre las materias que contiene. La documentación puede ser utilizada y reproducida en parte o en su integridad citando su procedencia.

## Resumen Ejecutivo

Uno de los objetivos de la reforma de 2013 del Sistema de Pensiones es contar con un sistema de indexación que tenga presente tanto el cambio en el coste de vida como el equilibrio de largo plazo del sistema de la Seguridad Social.

El cálculo del Índice de Revalorización de las Pensiones (IRP) presenta un problema de circularidad. Para obtener el IRP aplicable a las pensiones en un determinado año  $t+1$ , la fórmula implica que es necesario conocer, entre otras variables, el nivel de gasto total en pensiones desde  $t+1$  hasta  $t+6$  ( $G_{t+1}, \dots, G_{t+6}$ ). Pero, al mismo tiempo, no es posible calcular el gasto total en pensiones sin conocer el IRP que se pretendía obtener originalmente. En este sentido, se dice que la fórmula es *circular*, ya que no se puede calcular el IRP de un año sin saber el gasto total en pensiones y viceversa.

Para solucionar el problema de circularidad de la fórmula del IRP es necesario realizar algunos supuestos, ya que el sistema de ecuaciones no lineales que debe ser resuelto para obtener el IRP de un determinado año no está identificado. Por lo tanto, no es posible la resolución directa de la ecuación del IRP, y resulta necesario hacer algún tipo de supuesto adicional que permita identificar de manera única el sistema de ecuaciones propuesto inicialmente. Estos supuestos pueden ser muy diversos.

En este trabajo se proponen dos metodologías alternativas para resolver el problema de circularidad. En la primera de ellas se llega a una solución explícita de la ecuación no lineal obtenida a partir de la fórmula del IRP. Esta solución supone, sólo a los efectos del cálculo, que la pensión media se actualiza de manera constante durante un período de 5 años. En la segunda propuesta, que permite ciertas ganancias en la exactitud del cálculo pero asumiendo una mayor complejidad computacional respecto al método anterior, se ofrece un método iterativo que garantiza la obtención de una senda temporal de IRP consistente con el equilibrio presupuestario en el largo plazo. Este último método

supone inicialmente una trayectoria de gastos que converge linealmente al nivel de ingresos en 2030, en línea con un parámetro de velocidad de ajuste  $\alpha$  que oscile entre 0,25 y 0,33.

**Las dos propuestas alternativas de solución al problema de la circularidad generan resultados muy similares,** y ambas aproximaciones se pueden considerar robustas ante cambios en los supuestos sobre ingresos, tasa de sustitución y número de pensiones. La semejanza de resultados se observa tanto de manera estática como de manera dinámica, aunque existen situaciones, como son la existencia de desequilibrios iniciales entre el nivel de ingresos y gastos y/o la no aplicación del límite inferior y superior legal, que contribuyen a incrementar la ligera discrepancia existente entre las estimaciones obtenidas por cada uno de los métodos.

**La aplicación de un mínimo y máximo legal puede impedir que se logre la estabilidad del sistema en el largo plazo.** Por ejemplo, si la tasa de sustitución y de crecimiento de las pensiones es bastante superior al crecimiento de los ingresos pueden darse comportamientos explosivos donde la brecha entre ingresos y gastos nunca desaparezca.



<b>1. Introducción .....</b>	<b>5</b>
<b>2. Cálculo del Índice de Revalorización de las Pensiones (IRP) ....</b>	<b>7</b>
2.1. Fórmula del IRP .....	8
2.2. Problema de Circularidad de la Fórmula .....	11
<b>3. Propuestas de solución del IRP.....</b>	<b>12</b>
3.1 Solución explícita de una ecuación no lineal: Revaloración constante de las pensiones.....	13
3.2 Solución implícita: estabilidad presupuestaria en 15 años .....	16
3.3 Análisis de sensibilidad .....	22
3.4 Comparación de los métodos propuestos .....	24
<b>4. Conclusiones .....</b>	<b>31</b>
<b>5. Bibliografía .....</b>	<b>32</b>
<b>Anexo 1 .....</b>	<b>34</b>
<b>Anexo 2 .....</b>	<b>35</b>

## 1. Introducción

Uno de los elementos característicos del estado de bienestar es el sistema público de pensiones, que asegure un flujo de ingresos una vez que una persona finaliza su vida laboral, evitando de este modo la aparición de situaciones de riesgo de pobreza. Para ello, el sistema de pensiones emplea fundamentalmente dos elementos: por un lado la determinación de la cuantía que se va a recibir una vez que se pasa a la situación de inactividad, es decir, la pensión de entrada y, por otro lado, la actualización de esta prestación a lo largo del tiempo.

La motivación primordial que ha tenido la actualización de las prestaciones de jubilación ha sido cierta protección del poder adquisitivo de las pensiones durante los años de jubilación. A nivel internacional, la indexación se realiza habitualmente teniendo en cuenta la evolución de la productividad de los salarios o del índice de precios de consumo (IPC)<sup>1</sup>. Sin embargo, la actualización de las prestaciones en función del IPC ha sido algo relativamente nuevo en España. De hecho, durante la vigencia de la antigua ley, la actualización en línea con el IPC fue evitada en varias ocasiones, y los cambios terminaron siendo muchas veces discrecionales (tanto por encima como por debajo del cambio en el IPC), y no teniendo en cuenta la sostenibilidad de largo plazo sino solamente la posición financiera del Sistema de la Seguridad Social. Es precisamente este componente de sostenibilidad el que introduce un segundo elemento motivador a la hora de actualizar las prestaciones de los jubilados. Uno de los objetivos de la reforma de 2013 del Sistema de Pensiones es contar con un sistema de indexación que tenga presente tanto el cambio en el coste de vida como el equilibrio de largo plazo del sistema de la SS.

La ley reguladora del Factor de Sostenibilidad y del Índice de Revalorización del Sistema de pensiones de la Seguridad Social<sup>2</sup> establece un método de actualización que pretende proteger el

---

<sup>1</sup> Normalmente, la indexación de las prestaciones en línea con la evolución de los salarios no es realizada en la gran mayoría de los países por su inviabilidad económica. La otra posibilidad aplicada generalmente es la indexación de las pensiones al IPC, como ocurría en el sistema de jubilación español hasta 2014

<sup>2</sup> Ley 23/2013 de 23 de Diciembre de 2013.

poder adquisitivo de las pensiones, pero también considerando al mismo tiempo elementos cíclicos y estructurales relevantes a la hora de explicar el equilibrio presupuestario del sistema<sup>3</sup>. Desafortunadamente, la fórmula presentada en la Ley 23/2013 no tiene una solución única. Esto se debe a que para calcular el IRP en un año es necesario conocer ciertas variables, como el gasto en pensiones de ese año y de años futuros, que a su vez depende de la actualización de la prestación que se desea obtener inicialmente. Esto es lo que se conoce como el “problema de circularidad” de la fórmula de revalorización de la pensión.

Teniendo presente lo anterior, la indexación de las prestaciones de jubilación se convierte en un elemento fundamental que necesita ser estudiado, más aun a partir de la nueva reforma. Sin embargo, este tema no ha recibido una especial atención en la literatura relacionada con el sistema de Seguridad Social y pensiones de España. La mayoría de trabajos realizados se han centrado en analizar la evolución del gasto público en pensiones. La totalidad de modelos que estudian la evolución de este gasto tienen una óptica macro, ya sea mediante modelos contables o de equilibrio general. Muestra de ello son los trabajos de Herce y Pérez-Díaz (1995) o Piñera y Weinstein (1996), o aproximaciones más recientes, como los trabajos de Jimeno (2000), Herce y Alonso (2000), Boldrin y otros (2001), Alonso y Herce (2003), Balmaseda y otros (2006). La metodología de equilibrio general, por el contrario, cuenta con pocos representantes en esta categoría de proyección del gasto, con aproximaciones como las de Sánchez (2001), Rojas (2005), Díaz (2006) y la más reciente de Sánchez (2014), que analiza los efectos de la reforma del sistema.

Desafortunadamente, muy pocos trabajos analizan los efectos de aplicación de factores de sostenibilidad (Devesa y otros, 2012 y Moral-Arce, 2013), existiendo solamente un trabajo publicado, el de Domenech (2013), que analiza las implicaciones sobre el gasto del

---

<sup>3</sup> Como se indica en el documento de expertos “la fórmula de actualización de las pensiones tiene como objetivo garantizar el equilibrio presupuestario del sistema contributivo de la Seguridad Social a lo largo del ciclo económico. La garantía se refiere a que, gracias a los ajustes anuales automáticos derivados de la aplicación de la fórmula de revalorización, tiende a asegurarse el equilibrio presupuestario a largo plazo. Garantizar el equilibrio a lo largo del ciclo económico significa que, aunque en los años de recesión o crisis pueda no darse dicho equilibrio, si tiende a conseguirse a lo largo del ciclo gracias a los superávits que se alcancen en las fases expansivas. Se trata, pues, de evitar que la corrección tenga elevados efectos pro-cíclicos” (Ministerio de Empleo y Seguridad Social, 2013).

sistema que tiene la utilización del IRP en la actualización de la pensión. El objetivo que se plantea este documento es precisamente proponer dos métodos alternativos que permitan solucionar el problema de circularidad de la fórmula de revalorización, además de una estimación de la desviación que se genera en las estimaciones realizadas por ellos. Para ello se emplearán fundamentalmente conceptos relacionados con cálculo numérico, utilizando aproximaciones lineales que permiten obtener las raíces de ecuaciones no lineales<sup>4</sup> o la aplicación de métodos iterativos que permitan llegar a la solución buscada.

Este trabajo se estructura en las siguientes secciones. A continuación se presenta la fórmula de actualización de las pensiones propuesta en la Ley 23/2013 y se explicita el problema de circularidad existente en dicha propuesta. En la sección 3 se proponen dos métodos alternativos que permiten solucionar este problema de incompatibilidad, se obtienen los resultados, se evalúa su sensibilidad y se analizan los determinantes de las diferencias. Finalmente, la última sección es para las conclusiones de la investigación.

## **2. Cálculo del Índice de Revalorización de las Pensiones (IRP)**

Esta sección se centra, inicialmente, en exponer la fórmula de revalorización de las pensiones propuesta en la Ley 23/2013 y sus principales características, para con posterioridad, desarrollar el problema de incompatibilidad existente, mostrando finalmente lo que se conoce como el problema de circularidad que impide solucionar la fórmula de manera directa.

---

<sup>4</sup> Para más detalles sobre las soluciones propuestas ver, entre otros, Burden y Faires (2015), Kincaid y Cheney (1993) o Quarteroni, Sacco y Salieri (2000) y las referencias en su interior.

## 2.1. Fórmula del IRP

La ley reguladora del Factor de Sostenibilidad y del Índice de Revalorización del Sistema de pensiones de la Seguridad Social establece que, a partir del año 2015, las pensiones se actualizarán anualmente de acuerdo con un Índice de Revalorización de las Pensiones (IRP).

El IRP de cada año (t+1) se calcula de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$IRP_{t+1} = \bar{g}_{I,t+1} - \bar{g}_{p,t+1} - \bar{g}_{s,t+1} + \alpha \left[ \frac{I_{t+1}^* - G_{t+1}^*}{G_{t+1}^*} \right] \quad (1)$$

La norma establece, no obstante, que con independencia del resultado de aplicar la fórmula, la actualización de las pensiones contributivas de la Seguridad Social no debe ser inferior a un porcentaje mínimo anual (0,25%) ni podrán superar un porcentaje máximo (IPC + 0,5%). El significado de las variables que componen la fórmula es el siguiente:

$IR_{t+1}$  = Índice de revalorización de pensiones expresado en tanto por uno con cuatro decimales.

$t + 1$  = Año para el que se calcula la revalorización.

$\bar{g}_{I,t+1}$  = Media móvil aritmética centrada en t+1, de los 5 años anteriores y posteriores al del año de referencia de la tasa de variación en tanto por uno de los ingresos del sistema de la Seguridad Social.

$\bar{g}_{p,t+1}$  = Media móvil aritmética centrada en t+1, de once valores de la tasa de variación en tanto por uno del número de pensiones contributivas del sistema de la Seguridad Social.

$\bar{g}_{s,t+1}$  = Media móvil aritmética centrada en t+1, de los 5 años anteriores y posteriores al del año de referencia del efecto sustitución expresado en tanto por uno. El efecto sustitución se define como la variación interanual de la pensión media del sistema en un año en ausencia de revalorización en dicho año.



$I_{t+1}^*$  = Media móvil geométrica centrada en t+1 de once valores del importe de los ingresos del sistema de la Seguridad Social.

$G_{t+1}^*$  = Media móvil geométrica centrada en t+1 de once valores del importe de los gastos del sistema de la Seguridad Social.

$\alpha$  = Parámetro que tomará un valor situado entre 0,25 y 0,33. El valor del parámetro se revisará cada cinco años.

Las variables que intervienen en la anterior fórmula para determinar el IRP relacionan los ingresos y gastos del Sistema de Seguridad Social. Ya que la finalidad del IRP es colaborar en el logro de la sostenibilidad del sistema, la fórmula tiene en cuenta a lo largo del ciclo los siguientes elementos: cuánto crecen los ingresos de la Seguridad Social ( $g_I$ ), cuánto crecen el número de pensiones ( $g_P$ ), cuánto crece el importe de la pensión media (tasa de sustitución  $g_S$ ) debido a que las nuevas pensiones tienden a tener un importe mayor que las que causan baja. Además, la fórmula considera el desequilibrio (si lo hay) que tiene el sistema de Seguridad Social, medido por la diferencia entre el nivel de ingresos (I) y gastos (G) de su segmento contributivo (pensiones, incapacidad temporal, maternidad, paternidad y riesgo de embarazo y otras prestaciones contributivas).

Una manera sencilla de interpretar la expresión dada en la fórmula matemática (1) es dividirla en dos grandes componentes. Así para determinar cuánto se deben revalorizar las pensiones el próximo año (t+1), se tienen en cuenta:

- Un primer componente que incorpora el nivel de desequilibrio presupuestario en un momento dado entre ingresos y gastos ( $I^*-G^*$ ):

$$\alpha \left[ \frac{I_{t+1}^* - G_{t+1}^*}{G_{t+1}^*} \right]$$

- Las variables se calculan utilizando medias geométricas de once años en un intento de eliminar los efectos cíclicos que afectan el saldo entre ingresos y gastos. De tal forma, en caso de equilibrio ( $I^* = G^*$ ) este término no afecta al resultado de la fórmula, pero en caso de desequilibrio (déficit ( $I^* < G^*$ ) o superávit ( $I^* > G^*$ )) contribuye a disminuir o aumentar el IRP, es decir, la variación anual de las pensiones.
- La velocidad de corrección de los desequilibrios entre el nivel de gastos e ingresos está determinada por un parámetro  $\alpha$ . Actualmente, la norma ha determinado un valor de 0,25 pero debe revisarse cada cinco años dentro del intervalo entre 0,25 y 0,33.<sup>5</sup>
- El segundo componente relaciona los flujos anuales de ingresos y gastos del sistema de seguridad, y está dado por las tasas de variación:

$$\bar{g}_{I,t+1} - \bar{g}_{p,t+1} - \bar{g}_{s,t+1}$$

- Si existe equilibrio presupuestario en un momento dado, el término anterior implica que la pensión media debe actualizar de manera consistente con la evolución de ingresos y el mayor gasto provocado por el ritmo crecimiento de las pensiones (en número y en cuantía por la diferencia entre entradas y bajas del sistema). En otras palabras, las pensiones deben revalorizarse de manera que se evite la acumulación de flujos de ingresos y gastos (superávits o déficits) en desequilibrios. De esta forma, una tasa variación de ingresos mayor (menor), dada por  $g_I$ , a la de gastos,  $g_P + g_S$ , contribuye a aumentar (disminuir) el IRP.

---

<sup>5</sup> La incorporación del gasto promedio del periodo, dividiendo la diferencia entre ingresos y gastos, es un recurso matemático que tiene como objetivo convertir el saldo nominal en un término adimensional y comparable, por tanto, con la segunda parte de la fórmula.

## 2.2. Problema de Circularidad de la Fórmula

A efectos ilustrativos, a continuación se presenta el problema de circularidad existente en la fórmula del IRP. Para ello, se va a expresar el gasto total en un año cualquiera,  $G_{t+1}$ , en función del gasto en el año anterior y sus tres posibles fuentes de variación:

$$G_{t+1} = G_t \left[ \frac{\text{crec.n}^\circ \text{ pensiones}}{(1 + g_{p,t+1})} \frac{\text{tasa.sustituc}}{(1 + g_{s,t+1})} \right] \frac{\text{IRP}}{(1 + g_{t+1})} \quad (2)$$

Por lo tanto, el gasto en un año “t+1”,  $G_{t+1}$ , se puede expresar como el gasto en el año anterior  $G_t$ , modificado por:

- el aumento que se produce en el número de pensiones entre los dos años, denominado  $(1 + g_{p,t+1})$ ,
- la variación debida al efecto sustitución  $(1 + g_{s,t+1})$  y
- por el incremento en la prestación media, que se debe al aumento del IRP (antes de la reforma de 2013 debido al IPC), dado en  $(1 + g_{t+1})$ .

Es precisamente en este último término donde radica el problema de circularidad. En efecto, el IRP (desde t+1 hasta t+6) aparece como una incógnita en ambos miembros de la ecuación (1).

Siguiendo con el ejemplo anterior, supongamos que se desea calcular el IRP del año 2015. Entonces la fórmula (1) sería:

$$g_{2015} = \bar{g}_{I,2015} - \bar{g}_{p,2015} - \bar{g}_{s,2015} + \alpha \left( \frac{I_{2015}^*}{G_{2015}^*} - 1 \right) \quad (3)$$

Desagregando cada una de las cantidades, se observa que se necesitan 11 valores, centrados en t+1, para calcular las medias geométricas y aritméticas propuestas. Por lo tanto cada uno de los términos de la ecuación (3) se pueden expresar como:

$$\bar{g}_{I,2015} = \frac{1}{11} \sum_{t=2010}^{2020} g_{I,t} \quad \bar{g}_{p,2015} = \frac{1}{11} \sum_{t=2010}^{2020} g_{p,t} \quad \bar{g}_{s,2015} = \frac{1}{11} \sum_{t=2010}^{2020} g_{s,t}$$

$$I_{2015}^* = \sqrt[11]{I_{10} \times I_{11} \times \dots \times I_{14} \times I_{15} \times I_{16} \times \dots \times I_{20}} \quad G_{2015}^* = \sqrt[11]{G_{10} \times G_{11} \times \dots \times G_{14} \times G_{15} \times G_{16} \times \dots \times G_{20}}$$

Las cantidades relevantes o “incógnitas” en esta ecuación son las ofrecidas en el denominador del cociente existente en (3) relativas al nivel de gasto en pensiones de los años 2015 hasta 2020. Estas “incógnitas” se pueden expresar en función de los gastos del año 2014, a partir de la expresión (2), como:

$$G_{2015} = G_{2014}[(1 + g_{p,15})(1 + g_{15})(1 + g_{s,15})] \quad (4)$$

$$G_{2016} = G_{2015}[(1 + g_{p,16})(1 + g_{16})(1 + g_{s,16})] = \underbrace{G_{2014}[(1 + g_{p,15})(1 + g_{15})(1 + g_{s,15})]}_{G_{2015}}[(1 + g_{p,16})(1 + g_{16})(1 + g_{s,16})] \quad (4')$$

$$G_{2017} = G_{2016}[(1 + g_{p,17})(1 + g_{17})(1 + g_{s,17})] = \underbrace{G_{2014}[(1 + g_{p,15})(1 + g_{15})(1 + g_{s,15})]}_{G_{2015}} \underbrace{[(1 + g_{p,16})(1 + g_{16})(1 + g_{s,16})]}_{G_{2016}}[(1 + g_{p,17})(1 + g_{17})(1 + g_{s,17})]$$

Y así sucesivamente hasta obtener  $G_{2020}$ .

Para entender esta serie de ecuaciones, es clave observar que el gasto en 2015,  $G_{2015}$ , hasta 2020,  $G_{2020}$ , depende (entre otras cosas) de los IRP desde 2015 hasta 2020, dados por  $g_{15}, \dots, g_{20}$ .

Teniendo esto en cuenta y sustituyendo estas cantidades en (3) se tiene que para poder calcular el IRP del año 2015,  $g_{15}$ , lado izquierdo de (3), es necesario obtener el gasto de 2015 hasta 2020, lo que a su vez también depende de  $g_{15}$ .

### 3. Propuestas de solución del IRP

Como se ha visto previamente, desde un punto de vista matemático, la ecuación (3) conforma un sistema de ecuaciones indeterminado, ya que existen más incógnitas que ecuaciones para resolverlas. Por este motivo, con el objeto de encontrar una solución al problema, es necesario introducir en el sistema planteado alguna restricción, o supuesto adicional, que permita reducir el número de incógnitas existente. Dentro de todos los posibles supuestos que solucionan el problema de circularidad<sup>6</sup>, las

<sup>6</sup> Nótese que existen infinitas trayectorias de IRP, aunque muy cercanas entre sí, desde 2015 a 2020 que solucionan el sistema de ecuaciones (4).

dos alternativas planteadas reflejan dos aproximaciones de solución completamente distintas.

- La primera de las propuestas supone, sólo a los efectos de cálculo, que el IRP permanece constante para los siguientes años; es decir, la actualización para los siguientes años empleados en la fórmula “t+2,...,t+6” toma el mismo valor que en “t+1”.
- La segunda de las alternativas calcula una trayectoria de IRPs que garantice una evolución de gastos que elimine el desfase con los ingresos gradualmente en 15 años.

Pasamos a continuación a desarrollar cada una de estas alternativas y la solución final obtenida.

### **3.1 Solución explícita de una ecuación no lineal: Revaloración constante de las pensiones.**

De acuerdo a la ecuación (3), es necesario utilizar series temporales de once años que tengan información de valores observados para los años (t-4) hasta (t) y proyecciones de las variables desde (t+1) hasta (t+6).

En relación a las variables de ingresos que intervienen en la ecuación (1), la obtención de previsiones de nivel y tasas de crecimiento es relativamente sencilla,  $I_{t+1}^*, \bar{g}_{I,t+1}$ .

Por lo que se refiere a los gastos de la SS, dados en  $G_{t+1}^*$ , existen 2 variables sobre las que se realizan ciertos supuestos de evolución que no resultan muy exigentes. Por un lado, resulta bastante plausible obtener una estimación del número de pensionistas que existirán en el sistema para los años futuros, denominado  $P_t$ . Además, se puede suponer que la tasa de sustitución observada en el último año del que se dispone información es extrapolable y que será similar en años futuros.

Para un determinado año  $t$ , la media geométrica del gasto en pensiones de  $n$  (con  $n$  impar) valores de  $G$  centrada en  $t$  se calcula utilizando los valores conocidos desde  $G_{t-(n-1)/2}$  a  $G_t$  y la previsión desde  $G_{t+1}$  a  $G_{t+(n-1)/2}$  bajo los siguientes supuestos:<sup>7</sup>

1. el número de pensiones y el efecto sustitución son conocidos hasta  $t$ .
2. el número de pensiones, para el que hay previsiones a partir de  $t+1$ , es decir  $P_{t+j|t}$ ,
3. la pensión media,  $pm$ , aumenta desde  $t+1$  hasta  $t+(n-1)/2$  de acuerdo con la revalorización a que dio lugar el factor de revalorización de dicho período y con el efecto sustitución en  $t$ , salvo que exista una previsión del mismo. Por ello, el gasto total en un año es:<sup>8</sup>

$$G_{t+j|t} = P_{t+j|t} \times pm_t \times (1 + g_{t+1})^j (1 + g_{s,t+1})^j \quad (5)$$

Donde las cantidades de número de pensiones,  $P_{t+j|t}$ , pensión media en el año “ $t$ ”,  $pm_t$ , y efecto sustitución de año “ $t+1$ ”, dado por  $(1 + g_{s,t+1})$ , son conocidos. Por ejemplo, para  $n=11$ , se puede comprobar, que la media geométrica viene dada por:

$$G^* = [G_{t-4} G_{t-3} G_{t-2} G_{t-1} G_t G_{t+1|t} G_{t+2|t} G_{t+3|t} G_{t+4|t} G_{t+5|t} G_{t+6|t}]^{1/11} \quad (6)$$

Sustituyendo la expresión (4) en la ecuación (5) se obtiene:

$$G^* = \left[ G_{t-4} G_{t-3} G_{t-2} G_{t-1} G_t \underbrace{P_{t+1|t} pm_t (1 + g_{t+1}) (1 + g_{s,t+1})}_{G_{t+1|t}} \underbrace{P_{t+2|t} pm_t (1 + g_{t+1})^2 (1 + g_{s,t+1})^2}_{G_{t+2|t}} \dots \underbrace{P_{t+6|t} pm_t (1 + g_{t+1})^6 (1 + g_{s,t+1})^6}_{G_{t+6|t}} \right]^{1/11}$$

Que finalmente queda:

$$G^* = [G_{t-4} G_{t-3} G_{t-2} G_{t-1} G_t P_{t+1|t} P_{t+2|t} P_{t+3|t} P_{t+4|t} P_{t+5|t} P_{t+6|t} pm_t^6 (1 + g_{t+1})^{21} (1 + g_{s,t+1})^{21}]^{1/11} \quad (7)$$

<sup>7</sup> Anexo 3.2 del informe del comité de Expertos sobre el factor de Sostenibilidad, referente al cálculo de la media geométrica del gasto en pensiones.

<sup>8</sup> A los efectos del cálculo de  $G^*$ , se supone que  $g_{t+1} = \dots = g_{t+6}$  y  $g_{s,t+1} = \dots = g_{s,t+6}$ . En caso de contar con previsiones sobre la tasa de sustitución, es posible relajar el segundo supuesto quedando la expresión (7) de la siguiente manera:

$$G^* = [G_{t-4} G_{t-3} G_{t-2} G_{t-1} G_t P_{t+1|t} P_{t+2|t} P_{t+3|t} P_{t+4|t} P_{t+5|t} P_{t+6|t} pm_t^6 (1 + g_{s,t+1}) (1 + g_{s,t+2}) (1 + g_{s,t+3}) (1 + g_{s,t+4}) (1 + g_{s,t+5}) (1 + g_{s,t+6}) (1 + g_{t+1})^{21}]^{1/11}$$

Los supuestos anteriores permiten generar valores para todas las cantidades de la ecuación (1) si se cuenta con un previsions para  $g_{t+1}$  y  $g_{s,t+1}$ . Si no se cuenta con previsions para  $g_{s,t+1}$ , la media móvil de la tasa de reposición se puede aproximar empleando el valor observado en “t” en lugar de “t+1”, que permanecería constante para todo el periodo proyectado. Volviendo a la ecuación (7), se puede expresar como:

$$G^* = \underbrace{\left[ G_{t-4} G_{t-3} G_{t-2} G_{t-1} G_t P_{t+1} P_{t+2} P_{t+3} P_{t+4} P_{t+5} P_{t+6} pm_t^6 (1 + g_{s,t+1})^{21} \right]^{1/11}}_{\beta_0} (1 + g_{t+1})^{21/11}$$

De manera similar al caso de la media móvil, aquí el parámetro  $\beta_0$  es completamente conocido. Así que:

$$G^* = \beta_0 (1 + g_{t+1})^{21/11} \quad (8)$$

Sustituyendo (8) en (1), se obtiene el IRP es:

$$\underbrace{IRP}_{g_{t+1}} = \underbrace{\bar{g}_{I,t+1}}_{conocido} - \underbrace{\bar{g}_{p,t+1}}_{conocido} - \underbrace{\bar{g}_{s,t+1}}_{conocido} + \alpha \left[ \frac{\overbrace{I_{t+1}^*}^{conocido}}{G_{t+1}^*} - 1 \right] \\ = \beta_0 (1 + g_{t+1})^{21/11}$$

Que finalmente queda:

$$\underbrace{IRP}_{g_{t+1}} = \underbrace{\bar{g}_{I,t+1} - \bar{g}_{p,t+1} - \bar{g}_{s,t+1}}_{\pi_0} - \alpha + \underbrace{\pi_1}_{\frac{\alpha I_{t+1}^*}{\beta_0}} (1 + g_{t+1})^{11/21}$$

La fórmula final, sumando y restando la unidad, a las dos partes de la igualdad anterior, es:

$$1 + g_{t+1} = 1 + \pi_0 + \pi_1 (1 + g_{t+1})^{11/21} \quad (9)$$

Y denominando a  $(1 + g_{t+1}) = x$ , se obtiene una ecuación no lineal que necesita ser resuelta mediante cálculo numérico:

$$x = 1 + \pi_0 + \pi_1 x^{11/21}$$

De tal forma que la solución que iguala ambos lados de la ecuación depende por un lado del valor del parámetro  $\pi_0$ , que viene determinado positivamente por la evolución de la tasa de ingresos, y negativamente por el número de pensiones y tasa de sustitución,

junto con el valor del parámetro  $\alpha$ , y por otra parte, por el otro parámetro  $\pi_1$ , aumentando su cuantía ya sea si los ingresos del sistema se elevan o se considera un parámetro  $\alpha$  mayor, mientras que su valor se reduce al aumentar los gastos de pensiones, ya sea por un aumento del número de pensionistas o por el efecto sustitución.

La fórmula anterior se puede expresar del siguiente modo:

$$f(x) = x - 1 - \pi_0 - \pi_1 x^{11/21} \quad (10)$$

Siendo necesario buscar una raíz a la ecuación anterior, de tal forma que  $f(x) = 0$ . Para ello se pueden aplicar diferentes aproximaciones de cálculo numérico. Una de las más utilizadas es el algoritmo de Newton, consistente en un método iterativo para determinar la raíz de la ecuación. Su expresión es, para las diferentes etapas k:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{f(x^{(k)})}{f'(x^{(k)})} \quad (11)$$

Donde  $f(x^{(k)})$  está definida en (10), mientras que su derivada es:

$$f'(x) = 1 - \frac{11\pi_1}{21} x^{-10/21} \quad (12)$$

Sustituyendo en (11) las expresiones (10) y (12) se obtiene la solución de la ecuación, que en la iteración (k+1)-ésima viene dada por:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{x - 1 - \pi_0 - \pi_1 x^{(k)11/21}}{1 - \frac{11\pi_1}{21} x^{(k)-10/21}}$$

Recordando que, como se indicó previamente  $(1 + g_{t+1}) = x$

### **3.2 Solución implícita: estabilidad presupuestaria en 15 años**

Alternativamente a lo planteado en la primera solución, es posible encontrar una solución a la fórmula del IRP realizando un supuesto diferente sobre la evolución temporal de la pensión media. Este método consiste en la solución iterativa de la fórmula del IRP a



partir de una propuesta inicial sobre la trayectoria de gasto total en pensiones. A diferencia de la solución anterior, este método permite que la tasa de cambio de la pensión media, que se utiliza para cálculo de los gastos futuros, varíe de manera consistente con el IRP obtenido desde  $t+1$  hasta  $t+15$ .

Como se ha explicado anteriormente, la circularidad de la fórmula del IRP está dada por el hecho de no poderse calcular el IRP de un año sin saber el gasto total en pensiones y viceversa. El problema radica entonces en encontrar una senda o trayectoria de gastos que permita obtener una senda o trayectoria de IRP que satisfagan la ecuación (1).

El cálculo del IRP en esta situación se puede especificar como un problema de optimización dinámica que implique maximizar el IRP para cada año desde  $t+1$  hasta  $t+15$ , sujeto a la restricción de que la pensión media debe ser actualizada de acuerdo con el IRP, y partiendo desde el periodo más lejano al presente ( $t+15$ ) hasta el momento actual en  $t$ . El problema se puede resolver de manera recursiva, bajo el supuesto de que en  $t+15$  el gasto total en pensiones (que depende de la pensión media) es igual a los ingresos en 2030. Desafortunadamente, la estrategia de solución se vuelve mucho más compleja al introducir los límites mínimos y máximos establecidos por ley. Por lo tanto, se ha optado por presentar una aproximación utilizando el método iterativo más simple y que ofrece al mismo tiempo resultados suficientemente robustos e intuitivos.

Dada la naturaleza de los parámetros utilizados y las propiedades de convergencia existente en (1), la solución se puede aproximar recurriendo al cálculo iterativo. Simplificando, ello supone resolver repetidamente las ecuaciones (5) y (1). Para realizar dicho procedimiento es necesario primero realizar una propuesta inicial sobre la evolución de la pensión media y además fijar un criterio de convergencia<sup>9</sup>.

---

<sup>9</sup> En cuanto a la solución inicial propuesta, el método aquí presentado supone que los gastos totales evolucionan linealmente desde 2015 a 2030 hasta equiparar la previsión de ingresos. Además, en el Anexo 2

Los pasos de la iteración pueden resumirse de la siguiente manera:

- a. En la primera etapa se propone una trayectoria inicial sobre la trayectoria de gasto total desde 2015 a 2030 ( $G_{15}^{(1)}, G_{16}^{(1)}, \dots, G_{20}^{(1)}$ ), donde  $G$  crece linealmente de manera que en 2030 iguala a los ingresos nominales,  $I$ , de dicho período. El superíndice “1” hace referencia a la primera iteración del método.
- b. Con los valores de gasto obtenidos previamente se calcula el  $IRP_{15}^{(1)}, IRP_{16}^{(1)}, \dots, IRP_{20}^{(1)}$  que resuelve (1), de tal forma que se tiene

$$IRP_{15}^{(1)} = \bar{g}_{I,15} - \bar{g}_{p,15} - \bar{g}_{s,15} + \alpha \left[ \frac{I_{15}^* - G_{15}^{*(1)}}{G_{15}^{*(1)}} \right]$$

.....

$$IRP_{20}^{(1)} = \bar{g}_{I,20} - \bar{g}_{p,20} - \bar{g}_{s,20} + \alpha \left[ \frac{I_{20}^* - G_{20}^{*(1)}}{G_{20}^{*(1)}} \right]$$

- c. Una vez calculado el IRP para los 6 años, en la siguiente iteración, se vuelve a estimar el gasto que supone ese nivel de actualización de las pensiones a partir de (5) y calcular una nueva trayectoria de  $G_{15}, G_{16}, \dots, G_{30}$ .

$$G_{15}^{(k)} = P_{15} \times pm_{14} \times (1 + IRP_{15}^{(k-1)}) (1 + g_{s,15})$$

.....

$$G_{20}^{(k)} = P_{20} \times pm_{19} \times (1 + IRP_{20}^{(k-1)}) (1 + g_{s,20})$$

Donde el superíndice “k” indica el número de la iteración.

- d. Utilizar la última trayectoria existente de gasto total nominal obtenido en la iteración “k” para resolver la ecuación 1), obteniendo así una aproximación de ( $IRP_{15}, IRP_{16}, \dots, IRP_{30}$ )<sup>10</sup>.

Por lo tanto:

---

se muestra una simulación sobre el grado de estabilidad que implica la adopción de diferentes propuesta iniciales de gasto en la solución final obtenida.

<sup>10</sup> Luego de 2030, como aproximación de cálculo, se asume que el crecimiento del gasto total en pensiones es idéntico al crecimiento de los ingresos totales del sistema.

$$IRP_{15}^{(k)} = \bar{g}_{I,15} - \bar{g}_{p,15} - \bar{g}_{s,15} + \alpha \left[ \frac{I_{15}^* - G_{15}^{*(k)}}{G_{15}^{*(k)}} \right]$$

.....

$$IRP_{20}^{(k)} = \bar{g}_{I,20} - \bar{g}_{p,20} - \bar{g}_{s,20} + \alpha \left[ \frac{I_{20}^* - G_{20}^{*(k)}}{G_{20}^{*(k)}} \right]$$

Y así sucesivamente hasta alcanzar la convergencia deseada. En relación a los criterios de convergencia utilizados en el cálculo, se ha optado por continuar con el proceso iterativo de solución de (5) y (1) hasta que la diferencia entre iteraciones, para cada IRP desde t+1 hasta t+15, sea menor a 0.01% ( en línea con la exigencia legal). Es decir:

$$IRP_{15}^{(k)} - IRP_{15}^{(k-1)} \leq 0.01\%$$

.....

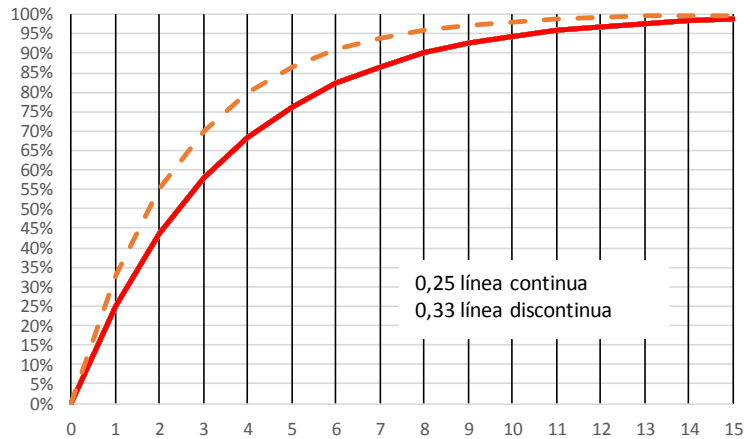
$$IRP_{20}^{(k)} - IRP_{20}^{(k-1)} \leq 0.01\%$$

El anterior proceso iterativo considera que un período de 15 años para la convergencia entre ingresos y gastos, que es consistente con un parámetro de velocidad de ajuste  $\alpha$  que oscile entre 0,25 y 0,33. Esto es así ya que, para un determinado año y en ausencia de futuros desequilibrios entre ingresos y gastos, un factor de corrección  $\alpha$  como el utilizado en la fórmula del IRP tarda unos 15 años en corregir completamente un determinado desequilibrio de partida. Lo anterior puede verse gráficamente en el siguiente gráfico:<sup>11</sup>

<sup>11</sup> Para más información véase el [Anexo 1 - Opinión sobre el cálculo del IRP](#)

**Gráfico 3.2.1: Efecto de  $\alpha$  en la corrección de desequilibrios**

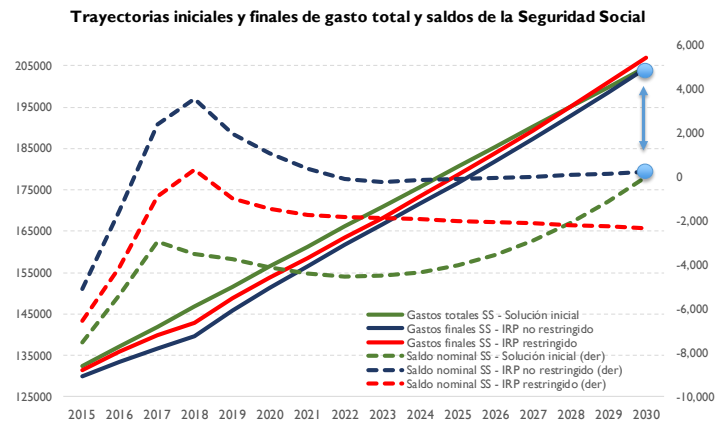
año	porcentaje de reducción	
	0.25	0.33
0	0.0%	0.0%
1	25.0%	33.0%
2	43.8%	55.1%
3	57.8%	69.9%
4	68.4%	79.8%
5	76.3%	86.5%
6	82.2%	91.0%
7	86.7%	93.9%
8	90.0%	95.9%
9	92.5%	97.3%
10	94.4%	98.2%
11	95.8%	98.8%
12	96.8%	99.2%
13	97.6%	99.5%
14	98.2%	99.6%
15	98.7%	99.8%

**Efecto aislado en el saldo del coeficiente de corrección  $\alpha$**   
*(Manteniendo iguales la tasa de crecimiento de ingresos y gastos totales)*

**Fuente:** AIReF

Finalmente, es importante recordar que existe un mínimo y máximo legales para actualizar las pensiones de 0,25% e IPC+0,5%, respectivamente. De hecho, es posible que el cálculo utilizando la fórmula del IRP sin restricciones arroje un valor por debajo o por encima de los límites legales. Esto se debe a que, al introducir este límite legal, se ve reducido el impacto del componente de ajuste automático que previene la acumulación de desequilibrios. Lo anterior se ve reflejado en el gráfico 3.2.2, donde se representa mediante líneas continuas la evolución del gasto total de la Seguridad Social, considerando 3 situaciones: la solución inicial de partida – iteración (1) del procedimiento propuesto previamente, y la solución final alcanzada dependiendo de si se utilizan las restricciones legales establecidas o no.<sup>12</sup> Además, en el gráfico se muestran, mediante líneas discontinuas, la evolución del saldo de la SS a lo largo del periodo 2015-2030, para los tres escenarios descritos con anterioridad: iteración inicial, y solución final aplicando límites y sin aplicarlos.

<sup>12</sup> Los supuestos sobre la evolución futura de las variables relevantes son provistos en el Anexo I.

Gráfico 3.2.2: Evolución del Gasto y el saldo de la SS para distintos IRPs



Fuente: MEySS y estimaciones de AIReF

Este gráfico también muestra que el saldo de la seguridad social no parece cerrarse completamente hacia 2030 cuando se consideran los límites inferiores y superiores aplicados a la fórmula, reflejando déficits en torno al 1% a partir del año 2020<sup>13</sup>. Sin embargo, si se aplicara la fórmula (1) sin el techo y suelo establecido se observa que el sistema alcanza el equilibrio a partir del año 2022. Junto a esto, el gráfico 3.3 ilustra además cómo varían las soluciones finales, obtenidas tras la aplicación del procedimiento iterativo, de la solución inicial propuesta. Se observa que la trayectoria de IRP implícito en la solución inicial requería un ajuste más suave (se preveía un crecimiento lineal de los gastos totales) que la solución final obtenida. Esto se debe a que el efecto del componente de ajuste de desequilibrios (presente en la fórmula 1) es más fuerte cuanto mayor es este diferencial.

<sup>13</sup> De hecho, si la tasa de sustitución y de crecimiento de las pensiones es suficientemente mayor al crecimiento de los ingresos puede darse el caso de que la brecha entre ingresos y gastos se cada vez más grande (comportamiento explosivo).

### 3.3 Análisis de sensibilidad

Es ilustrativo realizar un análisis que permita observar qué efectos tiene cada una de las variables que intervienen en (1) sobre el valor final de indexación de las pensiones. Por ese motivo, en esta subsección se analiza el impacto que tiene cada una de las variables presentes en la fórmula del IRP y, consecuentemente, en el saldo del sistema de pensiones. Además, junto al estudio de sensibilidad a los factores incluidos en la ecuación, es de interés conocer el impacto que puede llegar a tener la aplicación de un mínimo y máximo legales.

Para este análisis de sensibilidad se ha tenido en cuenta la distinta volatilidad que existe entre las variables (que, por ejemplo, suele ser mayor en la tasa anual de crecimiento de ingresos que en la tasa de sustitución). Por lo tanto, partiendo de un escenario base, para cada uno de los componentes de (1) se han realizado cálculos suponiendo una variación permanente respecto de la trayectoria inicial consistente en:

- a) +/- 0.2 puntos porcentuales en la tasa de sustitución;
- b) +/- 0.1 puntos porcentuales en la tasa de crecimiento de pensionistas;
- c) +/- 1 punto porcentual en la tasa de crecimiento de los ingresos.

El resumen de los resultados se presenta en las tablas 3.3.1 y 3.3.2.<sup>14</sup> La diferencia fundamental entre ambas tablas es que para la primera de ellas no se tiene en cuenta los límites legales establecidos en la ley de un suelo de 0,25 y un techo de IPC+0,5, mientras que en la segunda de las tablas, los cálculos se han realizado considerando estas condicionantes.

---

<sup>14</sup> Los resultados fueron obtenidos utilizando el Método 2 de solución propuesto que implica un proceso iterativo de resolución. Se supone una tasa de inflación de 1.9% a partir de 2018. Los supuestos detallados sobre tasa de crecimiento de ingresos, tasa de sustitución y número de pensionistas pueden ser consultados en el anexo I.

**Tabla 3.3.1: IRP y Saldo de la SS con formula sin restricciones.**

 Simulaciones utilizando la fórmula de actualización de pensiones irrestricto <sup>1)</sup>

	Índice de Revalorización de las pensiones						Saldo de la seguridad social (% PIB) <sup>2)</sup>					
	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2015	2016	2017	2018	2019	2020
<b>Trayectoria de base</b>	-1.00%	-0.65%	-0.31%	0.35%	0.88%	0.94%	-0.20%	-0.23%	-0.23%	-0.18%	-0.08%	0.01%
<b>Tasa de sustitución</b>												
" + 0.2 p.p."	-1.12%	-0.80%	-0.48%	0.17%	0.68%	0.72%	-0.20%	-0.24%	-0.24%	-0.19%	-0.09%	0.00%
" - 0.2 p.p."	-0.87%	-0.51%	-0.15%	0.54%	1.09%	1.16%	-0.19%	-0.22%	-0.22%	-0.17%	-0.07%	0.03%
<b>Número de pensionistas</b>												
" + 0.1 p.p."	-1.06%	-0.72%	-0.38%	0.28%	0.81%	0.87%	-0.20%	-0.23%	-0.24%	-0.19%	-0.09%	0.00%
" - 0.1 p.p."	-0.93%	-0.58%	-0.24%	0.42%	0.95%	1.01%	-0.19%	-0.22%	-0.22%	-0.17%	-0.07%	0.02%
<b>Crecimiento de los ingresos</b>												
" + 1 p.p."	-0.34%	0.11%	0.53%	1.26%	1.82%	1.89%	-0.14%	-0.16%	-0.15%	-0.08%	0.03%	0.14%
" - 1 p.p."	-1.66%	-1.42%	-1.16%	-0.56%	-0.06%	-0.02%	-0.25%	-0.29%	-0.31%	-0.28%	-0.19%	-0.11%

**Fuente:** Estimaciones AIReF **Notas:** 1) Los resultados corresponden al método de solución iterativo. 2) El saldo de la Seguridad Social está calculado como el promedio geométrico de once años centrado en el año de referencia.

Por lo que se refiere al contenido de cada una de las tablas, en la primera fila se ofrece el valor obtenido en el escenario base a lo largo del periodo 2015-2020. En la parte de la izquierda se muestra el valor que presenta el IRP para cada uno de los años mientras que la parte derecha la tabla se reserva para el valor del saldo de la Seguridad Social como porcentaje del PIB de ese año. En las filas siguientes, se calculan los mismos valores de IRP y saldo de la SS considerando variaciones, tanto positivas como negativas, de las tres variables descritas previamente.

**Tabla 3.3.2: IRP y Saldo de la SS con formula restringida (techo y suelo)**

 Simulaciones utilizando la fórmula de actualización de pensiones con mínimo y máximo legales <sup>1)</sup>

	Índice de Revalorización de las pensiones						Saldo de la seguridad social (% PIB) <sup>2)</sup>					
	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2015	2016	2017	2018	2019	2020
<b>Trayectoria de base</b>	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.53%	0.56%	-0.32%	-0.37%	-0.39%	-0.36%	-0.27%	-0.20%
<b>Tasa de sustitución</b>												
" + 0.2 p.p."	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	-0.35%	-0.41%	-0.44%	-0.42%	-0.35%	-0.29%
" - 0.2 p.p."	0.25%	0.25%	0.25%	0.28%	0.81%	0.88%	-0.29%	-0.33%	-0.35%	-0.31%	-0.22%	-0.14%
<b>Número de pensionistas</b>												
" + 0.1 p.p."	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.42%	0.45%	-0.34%	-0.39%	-0.41%	-0.38%	-0.30%	-0.23%
" - 0.1 p.p."	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.64%	0.67%	-0.30%	-0.35%	-0.37%	-0.33%	-0.25%	-0.17%
<b>Crecimiento de los ingresos</b>												
" + 1 p.p."	0.25%	0.25%	0.46%	1.18%	1.74%	1.80%	-0.18%	-0.20%	-0.19%	-0.13%	-0.01%	0.09%
" - 1 p.p."	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	-0.52%	-0.64%	-0.74%	-0.80%	-0.81%	-0.84%

**Fuente:** Estimaciones AIReF **Notas:** 1) Los resultados corresponden al método de solución iterativo. 2) El saldo de la Seguridad Social está calculado como el promedio geométrico de once años centrado en el año de referencia.

Al analizar el IRP no restringido, se observa que el impacto ante un cambio en las variables que lo afectan suele ser relativamente simétrico. Esto es, una caída permanente en la tasa de crecimiento del número de pensionistas tiene más o menos el mismo efecto en el IRP que un aumento permanente de similares magnitudes, solamente que en el sentido inverso. Además, la restricción legal sobre el IRP parece minimizar la variabilidad del mismo a lo largo del tiempo (es 0.25% en casi todos los casos). Sin embargo, esto último sucede a costa de una convergencia o eliminación de desequilibrio más tardía. De hecho, el escenario donde la tasa de variación de los ingresos cae un 1% de manera permanente no asegura el equilibrio de largo plazo entre ingresos y gastos (el sistema es explosivo o no convergente).

### **3.4 Comparación de los métodos propuestos**

El último apartado de esta sección se reserva para analizar el grado de divergencia existente entre las dos propuestas de solución planteadas en la subsección 3.1 y 3.2 de este documento.

Antes de continuar, es necesario indicar una serie de características que se deben tener presente cuando se analicen los resultados de esta sección. Por un lado, el Método 1 ofrece una solución muy sencilla de implementar, aunque para ello, sea necesario asumir que la actualización de las pensiones se mantiene constante durante los siguientes 5 años. Por otro lado, el Método 2, desde un punto de vista metodológico ofrece una mayor precisión en los cálculos que realiza, pero siendo necesario para ello una complejidad computacional mucho mayor que la empleada en el Método 1. Por lo tanto, la decisión final sobre que alternativa elegir a la hora de calcular el IRP dependerá de la importancia relativa que se dé a la complejidad del cálculo o a la exactitud en la estimación.



Por lo que se refiere a la comparación de estos dos métodos, se va a contrastar los IRP que se hubiesen obtenido en los años 2008, utilizando datos históricos, y 2015, utilizando supuestos propios sobre la evolución futura, tanto por el Método 1 como Método 2. Junto a estos 2 escenarios se ha considerado un 3º escenario alternativo para el año 2015, en el que no se han tenido en cuenta gastos generados por las pensiones de viudedad. Lo anterior supone una reducción en el gasto total de la SS, obteniéndose de este modo un superávit presupuestario a lo largo de los 11 años considerados en el cálculo del IRP de 2015<sup>15</sup>. En los 3 casos se tienen como datos sobre<sup>16</sup>:

- Nivel y tasa de variación de ingresos totales del sistema de pensiones
- Gasto no relativo a pensiones
- Evolución del número de pensiones
- Evolución de la tasa de sustitución

En la tabla 3.4.1 se muestran los resultados obtenidos de ambos métodos (columnas 2 y 3), además del nivel de discrepancia existente entre ambos (columna 4).

A primera vista, la diferencia entre los resultados obtenidos con ambos métodos no parece ser sustancial, lo que agrega robustez y contribuye a generar certidumbre sobre los mismos. Sin embargo, una observación más detallada sugiere que la existencia de un mínimo y máximo legales o de puntos de partida con un desequilibrio considerable puede aumentar o disminuir las divergencias entre los resultados.

---

<sup>15</sup> Con estos escenarios alternativos se ofrecen 3 opciones que abarcan las principales situaciones en las que se puede encontrar la SS. en primer lugar el escenario de 2008, en el que el saldo presupuestario a lo largo de los 11 años se encuentra aproximadamente equilibrado. En segundo lugar, el escenario base de 2015, que supone un déficit estructural claro. Finalmente, el escenario alternativo para el año 2015 excluyendo los gastos de viudedad, que supone una situación de superávit estructural.

<sup>16</sup> Para más detalles consultar el Anexo 1. Por lo que se refiere a los gastos en pensiones, solo se tienen en cuenta los datos históricos

**Tabla 3.4.1: Estimación de IRP mediante dos mitologías.**

Indice de Revalorización de Pensiones			
	Método 1	Método 2	(1) - (2)
	<i>Restringido legalmente</i>		
<b>2008</b>	2.0304%	2.1067%	-0.0764%
<b>2015 - base</b>	-1.2324%	-1.2493%	0.0169%
<b>2015 - alternativo</b>	2.8659%	2.8659%	0.0000%
	<i>No restringido</i>		
<b>2015 - base</b>	-0.5878%	-0.9973%	0.4095%
<b>2015 - alternativo</b>	2.8704%	2.7478%	0.1226%

**Nota:** Los escenarios restringidos para 2015 han sido calculados con un mínimo y máximo legales de 0.025% y 2.5% respectivamente.

**Fuente:** MEySS, INE y estimaciones de AIReF.

Además, se observa que cuanto mayor sea el desequilibrio del sistema entre gastos e ingresos (en valores absolutos) mayor será la divergencia entre las soluciones. Al calcular el IRP utilizando el método 1, implícitamente se asume que el desequilibrio estructural del sistema de partida no tiene por qué cancelarse en el futuro, medido este déficit como promedio de ingresos y gastos desde t-4 a t+6. De esta manera, no tiene por qué reducirse la existencia de un superávit (déficit) durante ese periodo, usado para el cálculo entre ingresos y gastos, lo que aumenta el IRP obtenido en comparación con el método 2, que ajusta de manera dinámica la solución. Esta diferencia surge del componente de la fórmula del IRP destinada a eliminar desequilibrios en el nivel de ingresos y gastos (i.e. factor de sostenibilidad). En segundo lugar, la aplicación de los límites legales de mínimo y máximo contribuye a reducir la diferencia entre las soluciones obtenidas en ambos métodos.

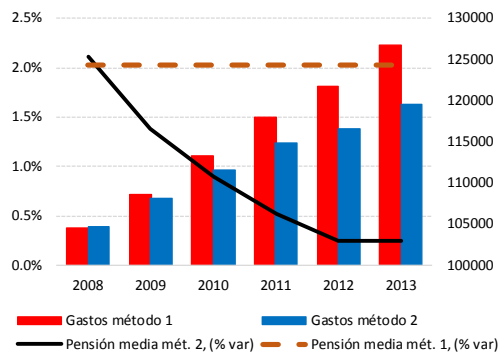
Lo anterior se puede observar al comparar las diferencias entre los IRP calculados para 2008 y 2015. La diferencia entre los métodos 1 y 2 incrementa cuando los cálculos se realizan para 2008, lo que se ve reflejado en la evolución de gastos totales del sistema desde t+1 a t+6. Esto se debe a los dos factores mencionados anteriormente (i.e. desequilibrio entre el flujo total de ingresos y gastos para un determinado año y la existencia de un máximo y mínimo). En primer lugar, el desequilibrio en el sistema para el cálculo de 2008 era mayor (como porcentaje del PIB o de los gastos totales) que el utilizado para el cálculo en 2015. Hasta 2008, el sistema de pensiones había venido acumulando saldos positivos, ya que los ingresos venían creciendo a una tasa mayor que la de los gastos. Sin embargo, a partir de 2009, la tasa de crecimiento de los ingresos disminuyó drásticamente y los gastos pasaron a crecer más rápidamente que los ingresos hasta sobrepasarlos en 2012, generándose una situación de déficit. Más recientemente, a partir de 2014, los ingresos ya comienzan a mostrar signos de recuperación. A diferencia del escenario base de 2015, en el escenario alternativo los ingresos totales siempre superan a los gastos. De esta manera, el saldo estructural del sistema expresado en términos del PIB (i.e. promedio geométrico desde t-4 a t+6) utilizado en la fórmulas en los escenarios de 2008, 2015 y 2015 alternativo es aproximadamente de 0,7%, -0,3% y 1.4% respectivamente. En segundo lugar, en 2008 el suelo o techo legal del IRP no se hubiesen activado y, por lo tanto, el crecimiento implícito de la pensión media no se hubiese limitado.

Además de analizar los diferentes valores de IRP obtenidos con cada uno de los métodos, resulta de interés comparar cómo los diferentes supuestos empleados afectan a los valores del IRP y gasto total considerados. Por ello, el gráfico 3.4.1 muestra la evolución de los gastos del sistema de pensiones utilizados en el cálculo del IRP en 2015 (con y sin límites legales) utilizando los métodos 1 y 2. En la parte izquierda se muestra los resultados del año 2008 y en la derecha del año 2015, mientras que la figura inferior es para el año 2015 alternativo. Cada una de las figuras representa, mediante las líneas, el IRP supuesto en los años 2015 hasta 2020 para el cálculo del valor en el año 2015, mientras que

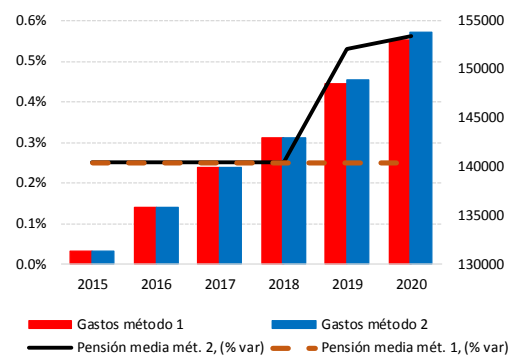
las barras reflejan el nivel de gasto del sistema implícito existente cada uno de los años empleados en el denominador de la formula dada en (1).

**Gráfico 3.4.1: Evolución del IRP implícito y del Gasto de la SS. 2008-2013**

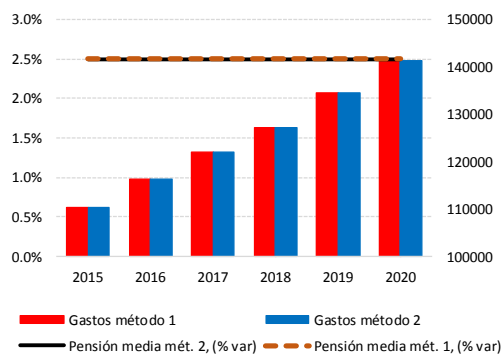
*IRP 2008: Evolución de gastos según métodos 1 y 2*



*IRP 2015 base: Evolución de gastos según métodos 1 y 2*



*IRP 2015 alternativo: Evolución de gastos según métodos 1 y 2*



**Nota:** Los escenarios restringidos para 2015 han sido calculados con un mínimo y máximo legales de 0.025% y 2.5% respectivamente.

**Fuente:** MEySS y estimaciones de AIReF.

Claramente se observa que, dado que el Método 1 asume que, para calcular el IRP del año 2015, se necesita establecer que esa actualización se mantiene constante el resto de años, presenta un perfil completamente plano para el IRP, mientras que el Método 2, dado que no realiza ese supuesto, permite obtener unos valores implícitos del IRP descendentes para el año 2008, mientras que para el IRP de 2015 se supone constante hasta 2018, creciendo posteriormente. Por lo que se refiere a la figura de barras, no hace sino reflejar el impacto que los distintos IRPs tienen sobre el gasto. Para el año 2008, el método 1 asume, en promedio del periodo, un

IRP mayor que el del Método 2, por lo que el gasto asociado a la primera de las propuestas es considerablemente mayor que la ofrecida en la segunda. Sin embargo, para el año 2015, dado que hasta el año 2018 ambos métodos tienen supuestos sobre el IRP muy semejantes, la evolución final de gasto será similar. Sin embargo, para el año 2015 alternativo, sin tener en cuenta los gastos de viudedad, al aplicarse el techo de la fórmula del IRP, los resultados no se ven afectados.

Para finalizar, es útil realizar el mismo ejercicio de comparación entre estos dos métodos, pero para un periodo más amplio. De esta manera, es posible observar si las pequeñas diferencias que se aprecian en 2015 tienden a aumentar o a cerrarse con el paso del tiempo. Para evitar los sesgos que podrían existir al considerar los límites legales, este ejercicio de comparación dinámica se realiza utilizando la fórmula no restringida del IRP, ya que la aplicación de los mínimos y máximos legales puede ocultar mayores diferencias en los resultados.

La tabla 3.4.2 recoge los resultados obtenidos sobre la evolución del IRP no restringido utilizando los métodos 1 y 2 desde 2015 hasta 2020. El IRP del método 2 fue calculado como se explica en la sección anterior. Sin embargo, el cálculo del IRP utilizando el método 1 fue hecho de manera secuencial. Esto es, primero se calculó el IRP 2015 y su consecuente nivel de gasto en 2015. Posteriormente, el IRP de 2016 se calcula utilizando los resultados sobre gastos en pensiones obtenidos para 2015 previamente. Y así se fue resolviendo sucesivamente hasta 2020.

**Tabla 3.4.2: Evolución del IRP con dos metodologías. Periodo 2015-2020.**

	Índice de Revalorización de las pensiones					
	2015	2016	2017	2018	2019	2020
<b>Método 1</b>	-1.13%	-0.76%	-0.39%	0.31%	0.88%	0.98%
<b>Método 2</b>	-1.00%	-0.65%	-0.31%	0.35%	0.88%	0.94%
Diferencia (1-2)	-0.13%	-0.11%	-0.08%	-0.05%	-0.01%	0.04%

**Fuente:** Estimaciones de AIReF

Finalmente, analizando los valores presentados en ambas aproximaciones para un periodo de 6 años, se llega a la misma conclusión que en la versión estática, esto es, que las diferencias a *lo largo del tiempo* entre los métodos no son sustanciales, especialmente en lo relativo a los años 2017-2020.

## 4. Conclusiones

Este trabajo analiza el problema de circularidad que existe en la fórmula de cálculo del IRP y propone su solución a través de dos métodos alternativos. La primera alternativa se basa en la aproximación lineal de un sistema de ecuaciones no lineales que debe ser resuelto para derivar el IRP, estableciendo como supuesto adicional que para el cálculo del IRP en un año, la revalorización de las pensiones se mantiene constante durante los años siguientes. El segundo método resuelve el sistema de ecuaciones a través de un proceso iterativo donde se propone una solución inicial donde convergen los ingresos y gastos del sistema en un período de 15 años.

Los resultados obtenidos a partir de los métodos 1 y 2 son similares y ambas aproximaciones se pueden considerar robustas ante cambios en los supuestos sobre ingresos, tasa de sustitución y número de pensiones. La similitud de resultados se observa tanto de manera estática como de manera dinámica. Sin embargo, existen situaciones, como son la existencia de desequilibrios entre el nivel de ingresos y gastos y/o la no aplicación del límite inferior y superior legal, que contribuyen a incrementar la discrepancia entre los resultados obtenidos por cada método.

Finalmente, la aplicación de un mínimo y máximo legal entraña un riesgo de que no se garantice la estabilidad del sistema en el largo plazo. Por ejemplo, si la tasa de sustitución y de crecimiento de las pensiones es suficientemente mayor que el crecimiento de los ingresos pueden darse comportamientos explosivos donde ingresos y gastos nunca converjan.

## **5. Bibliografía**

Alonso, J. y Herce, J.A. (2003), Balance del sistema de pensiones y boom migratorio en España. Proyecciones del modelo MODPENS de FEDEA a 2050, Documento de Trabajo 2003-02 (Julio), Fundación de Estudios de Economía Aplicada (FEDEA).

Balmaseda, M. Melguizo, A. y Taguas, D. (2006). Las reformas necesarias en el Sistema de Pensiones Contributivas en España. *Moneda y Crédito*, 222, 313-340.

Boldrin, M., Jiménez-Martín, S. y Peracchi, F. (2001), Sistema de pensiones y mercado de trabajo en España, Bilbao, Fundación BBVA.

Burden, R. L. y Faires, J. D. (2015) "Numerical Analysis". Brooks Cole Pub Co; Edición: Revised.

Domenech, R. (2013) "La reforma de las pensiones públicas en España: el factor de sostenibilidad. III Jornada Institucional de Pensiones BBVA.

Domenech, R. y Perez-Diaz, V. (2013) "The new sustainability factor of the public pension system in Spain" VOX CEPR's Policy Portal.

Devesa, J.E., Devesa, M., Meneu, Nagore, A., Dominguez, I. y Encinas, B. (2012) "Equidad y sostenibilidad como objetivos ante la reforma del sistema contributivo de pensiones de jubilación". *Hacienda pública española*. 9-38. Instituto de Estudios Fiscales.

Devesa, J.E., Devesa, M., Dominguez, I., Meneu, R. y Nagore, A. (2012) "El factor de sostenibilidad en los sistemas de pensiones de reparto: alternativas para su regulación en España". Documento de trabajo. Universidad de Valencia.

Diaz, J. (2006). Demographic and educational transitions and the sustainability of the Spanish pension system. *Moneda y crédito*. 222. 230-270

Herce, J.A. y Alonso, J. (2000), La reforma de las pensiones ante la revisión del Pacto de Toledo, Colección Estudios Económicos N°19 (Mayo), Barcelona, Servicio de Estudios de La Caixa.



Herce, J.A. y Pérez-Díaz, V. (1995), La reforma del sistema público de pensiones en España, Colección Estudios Económicos N°4 (Diciembre), Barcelona, Servicio de Estudios de La Caixa

Jimeno, J.F, Rojas, J.A. y Puente, S. (2006). Modelling the impact of ageing on social security expenditures. Occasional papers, Banco de España.

Kincaid, Cheney (1993) “Numerical Analysis”. Brooks/Cole.

Ministerio de Empleo (2013) “Informe del comité de expertos sobre el factor de sostenibilidad del Sistema Público de pensiones”. Madrid.

Moral-Arce, I. (2013) “Aplicación de factores de sostenibilidad en el sistema de pensiones español: previsiones para el periodo 2012-2050”, Papeles de trabajo 4/13. Instituto de Estudios Fiscales.

Quarteroni, A., Sacco, R. y Saleri, F. (2000) “Numerical Mathematics”. Springer.

Piñera J. y Weinstein, A. (1996), Una propuesta de reforma del sistema de pensiones. Madrid, Círculo de Empresarios

Rojas, J.A. (2005). Life-cycle earnings, cohort size effects and social security: a quantitative exploration. Journal of public economics, 89, 465-485

Sanchez, A.R. (2001). Endogenous retirement and public pension system reform in Spain. Documento de trabajo, Universidad Carlos III, Madrid.

Sanchez, A.R. (2014). “The automatic adjustment of pension expenditures in Spain: an evaluation of the 2013 pension reform” Documento de Trabajo N° 1420. Banco de España.

## Anexo 1

**Tabla A1.1**

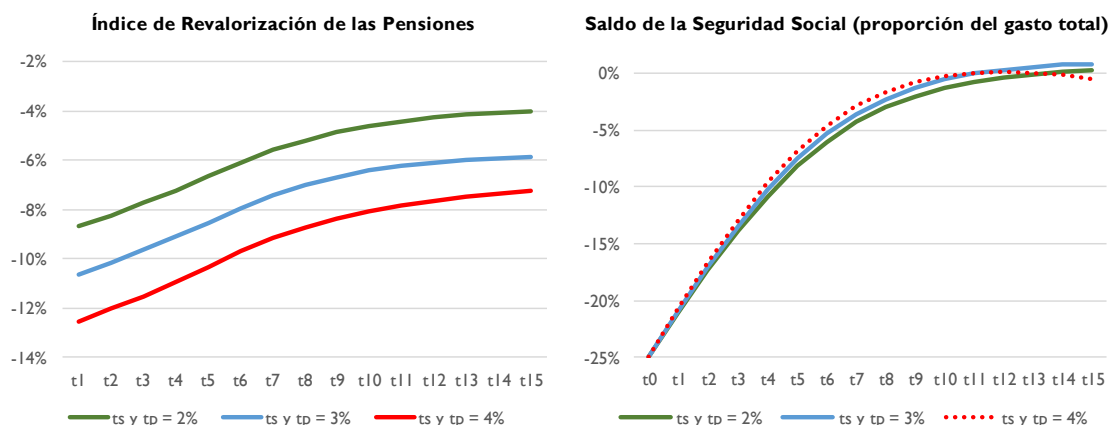
Supuestos utilizados en la simulaciones								
	efecto de sustitución	número de pensiones	ingresos		gasto en pensiones	gasto en pensiones - escenario alternativo	otros gastos de la SS	pension media/m es
	% var	%var	mill eur	%var	mill eur	mill eur	mill eur	eur
2003	0.0216	0.0080	81026.8	0.0826	60151.4	-	12264.2	546.9
2004	0.0277	0.0083	87378.8	0.0784	64453.2	-	12051.1	581.2
2005	0.0112	0.0235	94300.9	0.0792	68950.1	-	17062.9	607.5
2006	0.0271	0.0153	102700.9	0.0891	73725.0	-	16191.3	639.8
2007	0.0276	0.0130	112418.3	0.0946	79805.4	-	18004.5	683.6
2008	0.0207	0.0162	119459.6	0.0626	84728.5	-	20106.3	714.2
2009	0.0245	0.0166	117397.0	-0.0173	89972.1	71977.7	18819.7	760.7
2010	0.0244	0.0156	116458.2	-0.0080	95701.0	76560.8	17945.1	781.3
2011	0.0257	0.0140	116119.0	-0.0029	99533.7	79627.0	16882.1	801.4
2012	0.0141	0.0154	113081.3	-0.0262	103503.8	82803.0	15526.1	820.7
2013	0.0172	0.0162	112935.0	-0.0013	108564.3	86851.4	14768.4	847.1
2014	0.0171	0.0127	117994.0	0.0448	112201.6	89761.3	15320.4	864.5
2015	0.0155	0.0129	124803.0	0.0577	-	-	15640.1	-
2016	0.0160	0.0129	131799.3	0.0561	-	-	16540.2	-
2017	0.0158	0.0132	139048.3	0.0550	-	-	16789.7	-
2018	0.0158	0.0035	143303.1	0.0306	-	-	17134.6	-
2019	0.0150	0.0225	147903.2	0.0321	-	-	17555.0	-
2020	0.0140	0.0137	152325.5	0.0299	-	-	18065.5	-
2021	0.0139	0.0140	156883.0	0.0299	-	-	18517.1	-
2022	0.0138	0.0141	161580.1	0.0299	-	-	18980.1	-
2023	0.0137	0.0142	166421.1	0.0300	-	-	19454.6	-
2024	0.0136	0.0143	171410.4	0.0300	-	-	19940.9	-
2025	0.0135	0.0144	176552.7	0.0300	-	-	20439.4	-
2026	0.0134	0.0145	181849.3	0.0300	-	-	20950.4	-
2027	0.0133	0.0146	187304.7	0.0300	-	-	21474.2	-
2028	0.0132	0.0147	192923.9	0.0300	-	-	22011.0	-
2029	0.0131	0.0148	198711.6	0.0300	-	-	22561.3	-
2030	0.0130	0.0149	204672.9	0.0300	-	-	23125.3	-

## Anexo 2

Teniendo en cuenta que, como ya se ha indicado, el Método 2 supone una simplificación de la resolución de un problema de optimización dinámica, en este anexo se pretende analizar las condiciones existentes sobre la propuesta inicial que es necesario realizar en esta aproximación. Aunque queda fuera del alcance de este trabajo probar formalmente que existe una trayectoria única de IRP consistente con la trayectoria propuesta, es posible intuir que el rango de resultados está acotado debido al componente de ajuste que evita la acumulación de desequilibrios (dados los parámetros utilizados sobre la evolución de los ingresos, tasa de sustitución y número de pensionistas).

Para ilustrar las propiedades de convergencia de la fórmula 1), el gráfico A2.1 muestra la evolución del IRP y el saldo nominal de la Seguridad Social (ingresos – gastos).<sup>17</sup> Se utilizan las siguientes condiciones de partida: a) el parámetro de ajuste alfa es 0.25, b) la tasa de crecimiento de los ingresos es nula y c) el saldo nominal inicial (como porcentaje de los gastos) -25%.<sup>18</sup>

**Gráfico A2.1: Evolución del IRP y saldo de la SS.**



Fuente: Estimaciones de AIReF

<sup>17</sup> Más información en el Anexo II de la [Opinión sobre el IRP 2015](#).

<sup>18</sup> Los cálculos se realizaron sin aplicar el mínimo y máximo legales.



Aunque las tasas de crecimiento de pensiones y efecto sustitución, en promedio, sean mucho más elevadas que las actualmente previstas por la seguridad social y la tasa de crecimiento de ingresos sea nula durante un período de 15 años, el componente de ajuste de la fórmula es capaz de hacer retornar el sistema a un equilibrio al cabo de 15 años.